

单元素养测评卷(一)

第一章

(时间:120 分钟 分值:150 分)

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知点 M 是点 $N(9,9,6)$ 在 Oxy 平面内的射影,则 $|\overrightarrow{OM}| =$ ()

A. $\sqrt{117}$ B. 9 C. $9\sqrt{2}$ D. 18

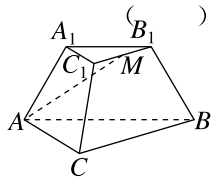
2. 如图,在三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB=2A_1B_1$, M 为 B_1C_1 的中点,则 $\overrightarrow{AM} =$

A. $\overrightarrow{AA_1} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$

B. $\overrightarrow{AA_1} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$

C. $\overrightarrow{AA_1} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$

D. $\overrightarrow{AA_1} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$



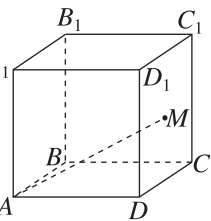
3. 已知直线 l 的一个方向向量为 $s = (-1, 1, 1)$, 平面 α 的一个法向量为 $n = (2, x^2 + x, -x)$, 若直线 $l \parallel$ 平面 α , 则实数 x 的值为 ()

A. -2 B. $-\sqrt{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\pm\sqrt{2}$

4. [2026·湖北沙市中学高二期中] 如图,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,若点 M 是侧面 CDD_1C_1 的中心,且 $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AA_1} - y\overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}z\overrightarrow{AB}$, 则 $2x - y + z$ 的值为 ()

A. 1 B. 0

C. -1 D. $-\frac{1}{2}$



5. 已知 $a = (3, 0, 4)$, $b = (-3, 2, 5)$, 则向量 a 在向量 b 上的投影向量是 ()

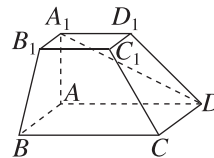
A. $\frac{11}{25}(-3, 2, 5)$ B. $\frac{11}{38}(-3, 2, 5)$

C. $\frac{11}{25}(3, 0, 4)$ D. $\frac{11}{38}(3, 0, 4)$

6. [2026·安庆一中高二期中] 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle BCA = 90^\circ$, D_1, F_1 分别是 A_1B_1, A_1C_1 的中点, $BC = CA = CC_1$, 则 BD_1 与 AF_1 所成角的余弦值是 ()

A. $\frac{\sqrt{30}}{10}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{35}}{15}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{10}$

7. 如图,在四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,底面 $ABCD$ 是菱形, $AA_1 \perp$ 平面 $ABCD$, $AA_1 = A_1B_1 = \frac{1}{2}AB =$



1, $\angle ABC = \frac{\pi}{3}$, 则点 B 到直线 A_1D 的距离为 ()

A. 2

B. $2\sqrt{6}$

C. $\frac{2\sqrt{15}}{5}$

D. $\frac{2\sqrt{30}}{5}$

8. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为 BC 的中点, 点 P 在底面 $ABCD$ 上移动, 且满足 $B_1P \perp D_1E$, 则线段 B_1P 长度的最大值为 ()

A. 2

B. 3

C. $2\sqrt{2}$

D. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

二、选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

9. [2026·广东领航高中联盟高二期中] 下列结论正确的是 ()

A. 若 $\{a, b, c\}$ 为空间的一个基底, 则 $a - b, b - c, c - a$ 也能构成空间的一个基底

B. 若 $\{a, b, c\}$ 为空间的一个基底, 则不存在 $\lambda, \mu \in \mathbf{R}$, 使得 $c = \lambda a + \mu b$

C. 若 a 为直线 l 的一个方向向量, n 为平面 α 的法向量, 则“ $a \parallel n$ ”是“ $l \perp \alpha$ ”的充要条件

D. 若 $a = (2, 0, 3)$, $b = (1, 3, m)$, 则对任意实数 m , a, b 不共线

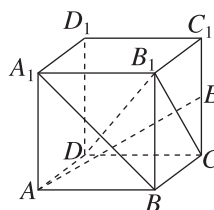
10. 如图,正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, E 为 CC_1 的中点, 则 ()

A. A_1B 与 B_1C 所成的角为 $\frac{\pi}{3}$

B. $DB_1 \perp A_1B$

C. $AE = \sqrt{3}$

D. DB_1 与平面 $ABCD$ 所成的角为 $\frac{\pi}{4}$



11. 如图,在三棱锥 $A-BCD$ 中, $AB \perp$ 平面 BCD , $CD = 4\sqrt{2}$, $AB = BC = BD = 4$, E, F, G, H 分别为 AB, BD, BC, CD 的中点, M 是 EF 的中点, N 是线段 GH 上的动点, 则下列说法正确的是 ()

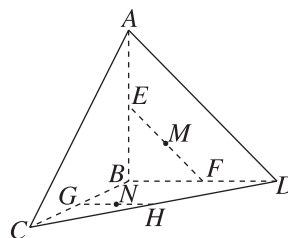
A. 存在 $a > 0, b > 0$, 使得 $\overrightarrow{GM} = a\overrightarrow{GH} + b\overrightarrow{GE}$

B. 异面直线 CD 与 GM 所成角的正弦值

为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. 不存在点 N , 使得 $MN \perp EH$

D. $|\overrightarrow{MN}|$ 的最小值为 $\sqrt{5}$

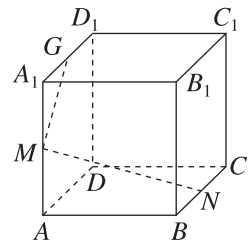


三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

12. 已知 $n = (-3, 1, 2)$ 是平面 α 的一个法向量, 点 $A(0, -3, -1), B(k, 2k, 2)$ 都在平面 α 内, 则 $k =$ _____.

13. 四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 是正方形, 且 $PD = 1, AB = 3$, G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 则 PG 与平面 PAD 所成角 θ 的正弦值为 _____.

14. 如图,已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 4, M, N, G 分别是棱 AA_1, BC, A_1D_1 的中点, 设 Q 是该正方体表面上的一点, 若 $\overrightarrow{MQ} = x\overrightarrow{MG} + y\overrightarrow{MN} (x, y \in \mathbf{R})$, 则点 Q 的轨迹围成图形的面积是 _____, $\overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{MQ}$ 的最大值为 _____.



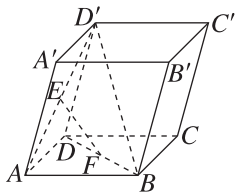
四、解答题:本题共 5 小题,共 77 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分)[2026·长春高二期中] 已知空间三点 $M(-2, 0, 2), N(-3, 1, 5), P(-1, 3, 4)$, 设 $a = \overrightarrow{MN}, b = \overrightarrow{MP}$.

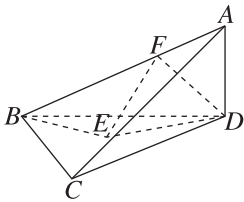
(1) 若 $(a + mb) \perp a$, 求 m 的值;

(2) 若向量 c 满足 $|c| = 6$, 且 $c \parallel (b - a)$, 求向量 c 的坐标.

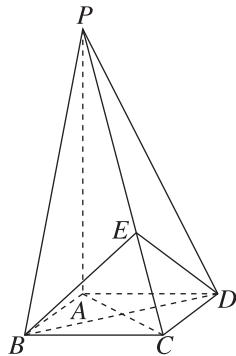
16. (15 分)[2026 · 广东实验中学高二月考] 如图,在平行六面体 $AB-CD-A'B'C'D'$ 中,设 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}, \overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}, \overrightarrow{AA'}=\boldsymbol{c}$, E, F 分别是 AD', BD 的中点.
- (1)用向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}$ 表示 $\overrightarrow{D'B}, \overrightarrow{EF}$;
- (2)化简: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{C'D'}+2\overrightarrow{D'E}$.



17. (15 分)如图,在四面体 $ABCD$ 中, $AD \perp$ 平面 BCD , $BC \perp CD$. E 为 $\triangle BCD$ 的重心,点 F 在棱 AB 上, $FB=2AF$.
- (1)证明: $BC \perp EF$;
- (2)若 $AD=BC=2, CD=4$,求平面 BEF 与平面 EFD 的夹角的余弦值.



18. (17 分)如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$,底面四边形 $ABCD$ 是正方形, $PA=2AD$,点 E 为 PC 上的点, $PE=2EC$.
- (1)求证:平面 $PAC \perp$ 平面 BDE ;
- (2)若 $AD=1$,求点 C 到平面 BDE 的距离.



19. (17 分)如图,在四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,侧棱 $A_1A \perp$ 底面 $ABCD$, $AB \perp AC$, $AB=1, AC=AA_1=2, AD=CD=\sqrt{5}$,且点 M 和 N 分别为 B_1C 和 D_1D 的中点.
- (1)求证: $MN \parallel$ 平面 $ABCD$;
- (2)求平面 ACD_1 与平面 ACB_1 夹角的余弦值;
- (3)设 E 为棱 A_1B_1 上的点,若直线 NE 和平面 $ABCD$ 所成角的正弦值为 $\frac{1}{3}$,求线段 A_1E 的长.

